令和５年度青森山田高等学校Ａ日程学力検査

数　　学

注　　意

1　問題用紙は「始めなさい」という合図があるまで開いてはいけません。
2　問題用紙は表紙を入れて７ページあり，これとは別に解答用紙が１枚あります。
3　受検番号は，検査開始後，解答用紙の決められた欄に記入しなさい。
4　机の上に置けるものは，受検票・鉛筆（シャープペンシルも可）・消しゴム・鉛筆削り・分度器の付いていない定規（三角定規を含む）・コンパスです。
5　筆記用具の貸し借りはいけません。
6　問題を読むとき，声を出してはいけません。
7　印刷がはっきりしなくて読めないときや，筆記用具を落としたときなどは，だまって手をあげなさい。
8　「やめなさい」という合図ですぐに書くのをやめ，筆記用具を置きなさい。

答えの書き方

1　答えは，問題の指示に従って，すべて解答用紙に記入しなさい。
2　答えはていねいに書きなさい。答えを書き直すときは，きれいに消してから書きなさい。
3　計算などには，問題用紙の余白を利用しなさい。

1 次の（1）～（8）に答えなさい。(43 点)

（1） 次の計算をしなさい。

ア $-3+(-4)$

イ $\dfrac{2}{3}-\dfrac{5}{9}\div\left(-\dfrac{4}{3}\right)$

ウ $\dfrac{4x+y}{3}-\dfrac{x-y}{4}$

エ $8ab^2\div(-2b)^2\times 3a$

オ $\sqrt{36}\div\sqrt{2}+\sqrt{2}$

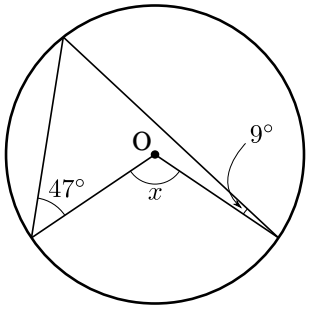
（2） $x^2-5x-24$ を因数分解しなさい。

（3） $\sqrt{\dfrac{512}{ab}}$ が自然数になるような 1 桁（けた）の自然数 a，b の組はいくつあるか求めなさい。

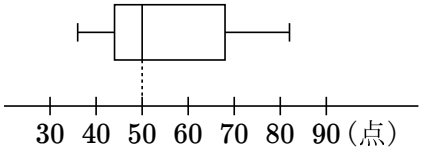
（4） 2 次方程式 $x^2+ax-15=0$ の解の 1 つが 3 であるとき，他の解を求めなさい。

（5）　関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

（6）　右の図の円 O で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



（7）　ある中学校の 3 年生 140 人で数学のテストを行った。右の図は，その得点データの箱ひげ図である。この箱ひげ図から読み取れることとして正しいものを，次のア～エの中から 1 つ選び，記号で答えなさい。



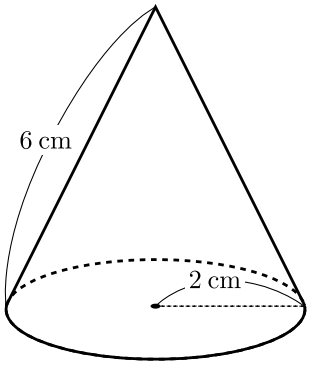
ア　30 点台の生徒は 35 人である。

イ　50 点以下の生徒は 70 人である。

ウ　40 点以上 70 点未満の生徒は半数以上いる。

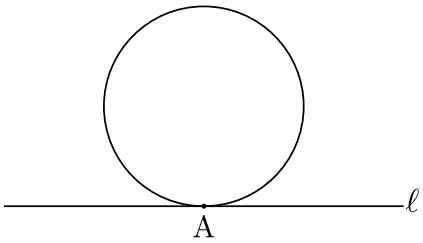
エ　このテストの平均点は 50 点である。

（8）　右の図は，底面の半径が 2 cm，母線の長さが 6 cm の円錐（すい）である。この円錐の展開図をかくとき，側面となるおうぎ形の面積を求めなさい。

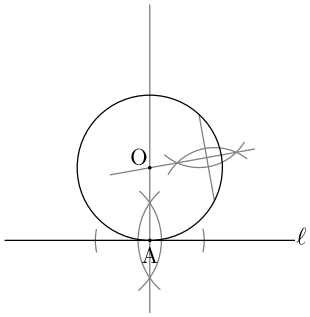


2 次の（1），（2）に答えなさい。(12 点)

（1） 右の図で，円の周上の点 A を通る接線 ℓ を 1 辺として円に外接する正三角形を作図することを考えている，コウさんとリンさんの会話を読んで，次のア，イに答えなさい。



コウ：まず，円の中心を求めよう。点 A を通って，接線 ℓ に垂直な直線と，弦の [あ] との交点が円の中心だから，これを O としよう。



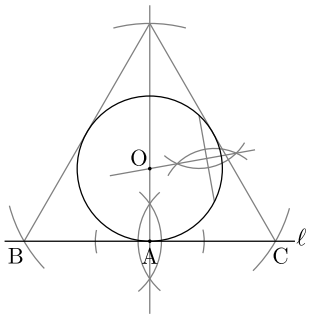
リン：そうすると，正三角形の頂点の 1 つは，直線 OA 上にあるね。

コウ：そうだね。接線 ℓ 上にある正三角形の頂点を B，C とすると，

$\angle OAB = \angle OAC = 90^\circ$，$\angle OBA = \angle OCA = 30^\circ$

だから，OA : OB = OA : OC = [い] だね。

リン：ということは，点 O からの距離が円の直径になる点を直線 OA と接線 ℓ 上にとれば，正三角形の 3 頂点が求められるね。



ア 空欄あに当てはまる言葉と，空欄いに当てはまる比を答えなさい。

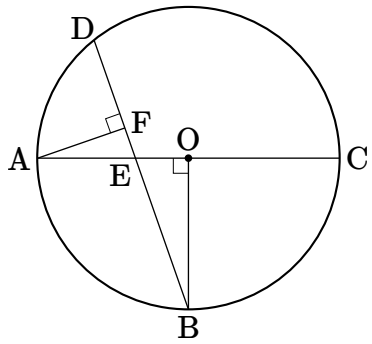
イ 円 O の半径が 1 cm のとき，作図した正三角形の面積を求めなさい。

（2） 袋の中に玉が a 個入っている。そのうち 9 個は赤玉で，残りは白玉である。この袋の中から玉を 1 個取り出すとき，次のア，イに答えなさい。

ア $a = 12$ のとき，白玉の出る確率を求めなさい。

イ 白玉の出る確率が $\dfrac{2}{5}$ のとき，a の値を求めなさい。

3 右の図のように，AC を直径とする円 O がある。この円周上に $\angle AOB = 90^\circ$ となる点 B をとり，点 B から線分 OA と交わるように引いた直線と円 O との交点のうち，点 B と異なる点を D とする。また，AO と BD の交点を E，点 A から BD に垂線を下したときの交点を F とする。



次の（1），（2）に答えなさい。(20 点)

（1） AF : FD = BO : OC であることを次のように証明した。

［あ］～［え］に適切な内容をそれぞれ入れなさい。

［証明］

補助線 AD，BC を引く。△AFD と △BOC において，仮定より，

［あ］ $= 90^\circ$ ……①

また，$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角なので，

［い］ ……②

①，②より，［う］がそれぞれ等しいので，

△AFD ∽ △BOC

相似な図形の対応する［え］はすべて等しいので，

AF : FD = BO : OC

（2） $\angle ABD = 30^\circ$，円の半径を $\sqrt{2}$ とするとき，次のア～エの問いに答えなさい。

ア ∠DBO の大きさを求めなさい。

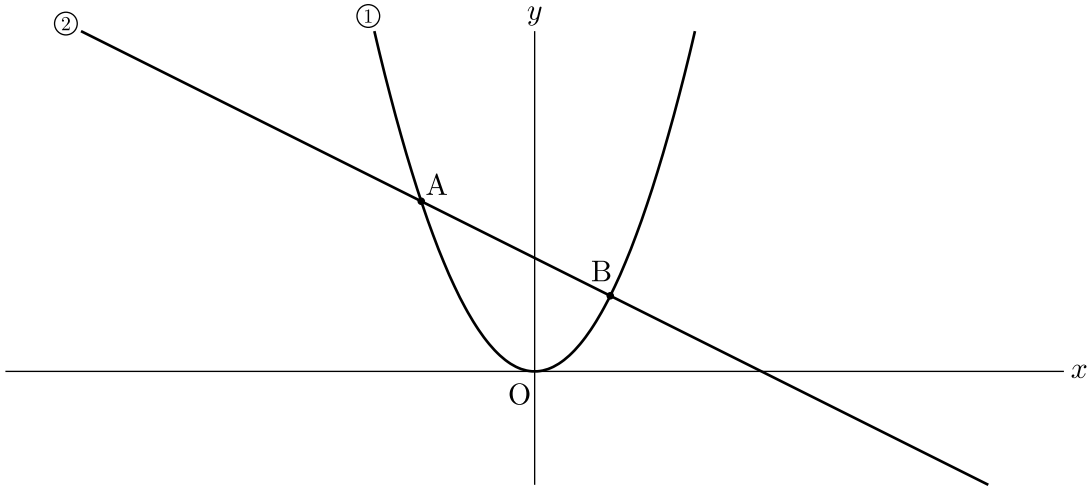
イ BD の長さを求めなさい。

ウ AE : BE を求めなさい。

エ AE の長さを求めなさい。

4 下の図で，①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$，②は傾きが $-\frac{1}{2}$ の直線である。点 A と点 B は①と②の交点であり，点 A の x 座標は -3 である。

次の（1）～（4）に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。(14 点)



（1） 点 A の座標を求めなさい。

（2） ②の直線の式を求めなさい。

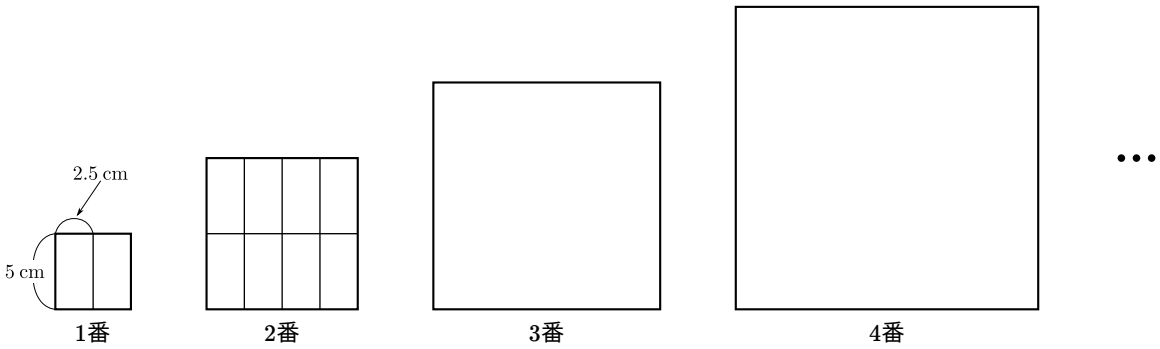
（3） △AOB の面積を求めなさい。

（4） x 軸上に x 座標が負である点 P をとったとき，△APB の面積は 10 cm^2 となった。このとき，点 P の座標を求めなさい。

5　縦横の長さがそれぞれ 5 cm，2.5 cm の長方形をすき間なく並べて正方形を作り，その面積を考える。このとき，長方形の並べ方の違いは考えないものとする。

できた正方形について，下の図のように，面積が最小のものを 1 番とし，以下，大きさの順に 2 番，3 番，…，のように番号をつけていく。

次の（1）～（3）の問いに答えなさい。(11 点)



（1）　3 番の正方形の面積を求めなさい。

（2）　x 番の正方形の面積を x の式で表しなさい。

（3）　面積が 1000 cm^2 を超える正方形のうち，最も小さい正方形の番号を求めなさい。